

Citar este artículo como: Then, R. & Marte, E. (2018). Modelo matemático para determinación del punto quiescente en polarizaciones con FET. *Revista Utesiana de la Facultad de Arquitectura e Ingeniería*, 3(3), 32-40.

MODELO MATEMÁTICO PARA DETERMINACIÓN DEL PUNTO QUIESCENTE EN POLARIZACIONES CON FET

Reymi Then⁶

Universidad Tecnológica de Santiago

Edwin Marte⁷

Universidad Tecnológica de Santiago

RESUMEN: En este artículo se presenta un modelo matemático que permite la determinación del punto quiescente de una polarización dada mediante el uso de artificios matemáticos que, por medio de la utilización de las ecuaciones, que rigen tanto el comportamiento del transistor (FET) como de la polarización utilizada, permite la obtención de los voltajes y corrientes que estarán manejando el transistor bajo esa polarización. En el diseño de amplificadores las polarizaciones permiten distintos modos de interacción entre el transistor y los demás elementos del circuito y la selección del punto quiescente, que es el punto donde converge el comportamiento del transistor con el comportamiento de los demás dispositivos. Es de suma importancia, ya que sin importar la polarización utilizada, el punto Q es lo que permitirá la realización de un buen amplificador. Este método se propone como una herramienta precisa que permita a estudiantes y profesionales de la electrónica realizar cálculos y diseños precisos por medio de procedimientos puramente matemáticos, que contemplan todo el circuito amplificador como una sola ecuación, mediante la cual es posible determinar el punto de operación para cualquier polarización dada.

Palabras clave: quiescente, MOSFET, polarización, ecuación, polinomio.

ABSTRACT: This article presents a mathematical model that allows the determination of the quiescent point of a given polarization through the use of mathematical devices, which by means of the use of the equations that govern both the behavior of the transistor (FET) and the polarization used, allows obtaining the voltages and currents that the transistor will be handling

⁶ Profesor de la Universidad Tecnológica de Santiago. Investigador del Grupo de Investigación en Tecnologías Energéticas Avanzadas y Control Inteligente (GITECI-UTESA). Autor para correspondencia: reymithen@docente.utesa.edu

⁷ Profesor de la Universidad Tecnológica de Santiago e investigador del Grupo de Investigación en Tecnologías Energéticas Avanzadas y Control Inteligente (GITECI-UTESA).

under that polarization. In the design of amplifiers the polarizations allow different modes of interaction between the transistor and the other elements of the circuit and the selection of the quiescent point, which is the point where the behavior of the transistor converges with the behavior of the other devices, is of utmost importance since regardless of the polarization used the Q point is that it will allow the realization of a good amplifier. This method is proposed as an accurate tool that allows students and professionals in electronics to perform accurate calculations and designs by means of purely mathematical procedures that contemplate the entire amplifier circuit as a single equation, through which it is possible to determine the point of operation for any given polarization.

Key words: quiescent, MOSFET, polarization, equation, polynomial.

INTRODUCCIÓN

Los transistores son la base de la electrónica moderna y tienen muchas aplicaciones en el diseño de circuitos electrónicos. Una de sus aplicaciones más útil e interesante es como amplificador de pequeñas señales, donde la función de este consiste en tomar a su entrada una señal de baja amplitud y producir a su salida otra señal de mayor amplitud, pero manteniendo la forma y frecuencia de la señal de origen, y se utilizan en casi todos los sistemas electrónicos (Rashid, 2000). Pero para que un amplificador de pequeñas señales pueda tener un funcionamiento correcto se debe colocar el punto Q en una zona conveniente de operación, para que el transistor pueda hacer uso de la corriente y el voltaje y así pueda replicar y aumentar la señal de entrada.

En los métodos más populares para la determinación del punto Q se utilizan procedimientos gráficos que mediante la descripción del comportamiento del transistor (curva de transferencia) y de la polarización (recta de polarización o de carga) permitan identificar donde convergen las gráficas de estos, siendo este lugar el punto Q o punto de operación (Boylestad y Nashelsky, 2009). Cabe destacar que estos métodos gráficos son una determinación aproximada del punto de operación, lo cual para cálculos de diseño de precisión no son los más convenientes. Debido a esto, se requiere la utilización de un método que arroje un resultado preciso que no esté sujeto a la interpretación del diseñador, y para estos fines debemos acudir a un método matemático como el que en este artículo presentamos.

ANTECEDENTES

El rol de un ingeniero en electrónica es el diseño y desarrollo de dispositivos electrónicos que tengan una funcionalidad adecuada para dar solución a los

problemas y necesidades del mundo actual (Rashid, 2000), razón por la cuál, a la hora de crear una tarjeta electrónica, esta debe ser lo más precisa posible para poder brindar un producto de calidad y con una alta eficiencia operativa. Para ello se requieren procedimientos de diseño sumamente precisos y confiables que permitan la realización de un diseño de calidad. Es común cuando se acude a la literatura sobre temas relacionados, encontrar propuestas gráficas para la determinación del punto de operación. Debido a esto, existen pocas opciones para el estudio de métodos matemáticos que permitan el mismo análisis, por tal razón, con este trabajo se pretende desarrollar un modelo matemático que sirva de referencia a estudiantes e ingenieros interesados en el análisis de las polarizaciones y la determinación del punto quiescente en polarizaciones con FET.

METODOLOGÍA

El modelo matemático propuesto en este artículo será presentado por medio de un ejemplo, lo que permitirá obtener el punto de operación para dicho circuito. El circuito consistirá en una polarización por división de voltaje con un transistor MOSFET decremental de canal N, como el que se muestra en la figura 1. Partiendo de este circuito, se puede determinar el voltaje *gate source* de operación (V_{GSQ}) y por medio de este, se puede encontrar la corriente *drain* de operación (I_{DQ}), para luego calcular el voltaje de operación para la resistencia del *drain* (V_{RD}), para la resistencia del *source* (V_{RS}) y para el voltaje en los terminales *drain source* (V_{DS}) del transistor. Pero para todo esto, primero se debe realizar un análisis matemático de la red de entrada del circuito y obtener la ecuación que controla dicha entrada, de tal modo que aplicando la ley de voltaje de Kirchoff en la entrada del circuito de la figura 1 se pueda obtener V_{GSQ} (Hayt et al., 2002):

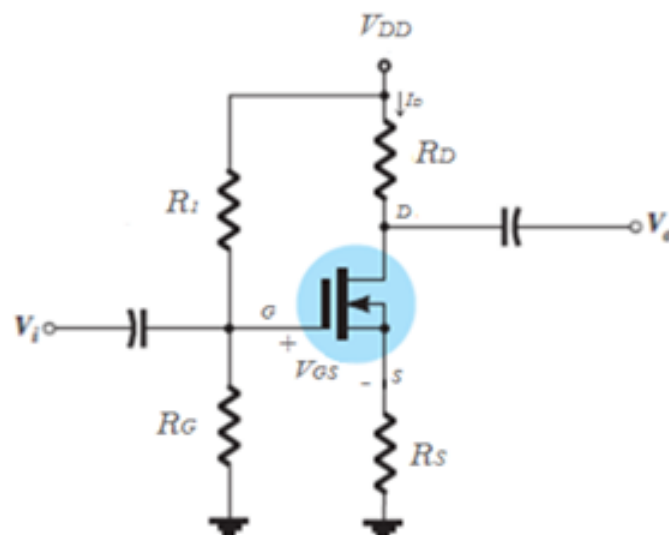


Figura 1

$$-V_{RG} + V_{GSQ} + V_{RS} = 0$$

$$V_{GSQ} = V_{RG} - V_{RS}$$

Utilizando los valores de los dispositivos del circuito de la figura 2 y debido a que la corriente de gate del transistor es cero, se puede asumir que R_1 y R_G están en serie (Boylestad y Nashelsky, 2009) y, por ende, se puede determinar V_{RG} como se muestra a continuación:

$$V_{RG} = \frac{V_{DD} \times R_G}{R_G + R_1} = \frac{18V \times 15M\Omega}{15M\Omega + 91M\Omega} = 2.547V$$

El en el caso de V_{RS} no se puede determinar aún, debido a que depende de la corriente I_{DQ} y aun no se conoce. Así, se debe dejar este voltaje expresado mediante la ley de Ohm (Hayt et al., 2002).

$$V_{GSQ} = 2.547V - (400\Omega \times I_{DQ})$$

Como se puede evidenciar “esta es una función lineal y la grafica de la función consiste en una línea recta” (Steiner, 2005: 32) y se puede observar la descripción de esta en la gráfica 1.

En este punto parecería que la ecuación posea dos variables (V_{GSQ} e I_{DQ}) y no se puede tener una solución sin conocer una u otra variable, pero aquí es donde se acude a la ecuación del MOSFET (ecuación de William Shockley), la cual rige el comportamiento del transistor (Boylestad y Nashelsky, 2009):

$$I_{DQ} = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GSQ}}{V_P}\right)^2$$

Este tipo de ecuación “es una función cuadrática y la gráfica de la función consiste en una curva” (Steiner, 2005: 33). Se puede observar la descripción de esta en la gráfica 1.

Y debido a que “una ecuación es una igualdad entre dos expresiones” (Roblero et al., 2014: 44), se utiliza para sustituir la variable I_{DQ} por la siguiente:

$$V_{GSQ} = 2.547V - (400\Omega \times (I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GSQ}}{V_P}\right)^2))$$

Ahora existe una ecuación con tres incógnitas, de las cuales dos de ellas son constantes propias del MOSFET y proporcionadas por el fabricante. Entonces, del circuito en análisis se aprecia que $V_P = -3.5V$ e $I_{DSS} = 12mA$. De esta manera, la ecuación queda de la siguiente manera:

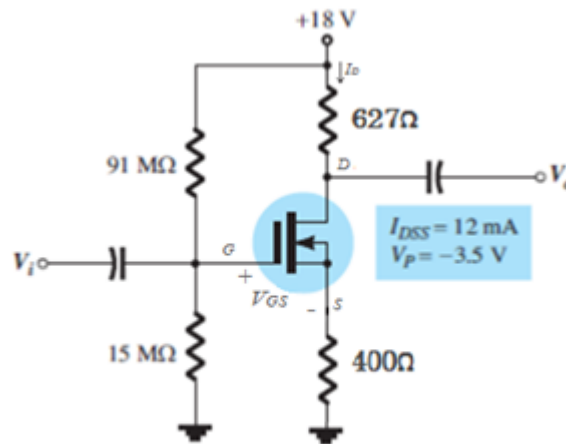


Figura 2

$$V_{GSQ} = 2.547V - (400\Omega \times (12mA(1 - \frac{V_{GSQ}}{-3.5V}))^2)$$

Si resolvemos algunas operaciones, tenemos:

$$V_{GSQ} = 2.547V - (4.8V(1 - (-0.2857V_{GSQ}))^2)$$

$$V_{GSQ} = 2.547V - (4.8V(1 + 0.2857V_{GSQ})^2)$$

Ahora existe un binomio al cuadrado $(1 + 0.2857 V_{GSQ})^2$ del tipo $(a+b)^2$ que se debe resolver, donde la solución de este es $a^2+2ab+b^2$ (Steiner, 2005), de tal modo que aparece lo siguiente:

$$V_{GSQ} = 2.547V - (4.8V(1 + (2 \times 0.2857V_{GSQ}) + 0.0816 V_{GSQ}^2))$$

Al resolver algunas operaciones, se obtiene:

$$V_{GSQ} = 2.547V - (4.8V(1 + 0.5714V_{GSQ} + 0.0816V_{GSQ}^2))$$

Multiplicando y acomodando los términos en paréntesis, se obtiene:

$$V_{GSQ} = 2.547V - 0.39168V_{GSQ}^2 - 2.74272V_{GSQ} - 4.8V$$

Al despejar todo y ordenar, se aprecia lo siguiente:

$$0.39168V_{GSQ}^2 + 2.74272V_{GSQ} + V_{GSQ} + 4.8V - 2.547V = 0$$

$$0.39168V_{GSQ}^2 + 3.74272V_{GSQ} + 2.253V = 0$$

Se observa en la ecuación la presencia de un polinomio de segundo grado $(0.39168V_{GSQ}^2 + 3.74272V_{GSQ} + 2.253V)$ de la forma ax^2+bx+c (Roblero et al., 2014), la cuál se resuelve por medio de la formula general:

$$V_{GSQ} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (\text{Roblero et al., 2014})$$

Se sustituye cada variable de la fórmula por su valor correspondiente, quedando la ecuación de la siguiente manera:

$$V_{GSQ} = \frac{-(3.74272) \pm \sqrt{(3.74272)^2 - 4(0.39168)(2.253)}}{2(0.39168)}$$

El siguiente paso consiste en resolver la raíz y multiplicar el divisor:

$$V_{GSQ} = \frac{-3.74272 \pm \sqrt{10.4677}}{2(0.39168)}$$

$$V_{GSQ} = \frac{-3.74272 \pm 3.2353}{2(0.39168)}$$

$$V_{GSQ} = \frac{-3.74272 \pm 3.2353}{0.7832}$$

Ahora, se procede aplicando el signo más (+) para poder encontrar la solución:

$$V_{GSQ} = \frac{-0.50742}{0.7832}$$

$$V_{GSQ} = -0.6479 \text{ V}$$

Este resultado obtenido corresponde al valor del voltaje en los terminales *gate source* del MOSFET bajo las condiciones presentes en la figura 2 (la polarización) y este valor es el que permitirá determinar los demás voltajes y las corrientes del circuito.

Si se sustituye el valor de V_{GSQ} en la ecuación de Shockley se obtiene, entonces, la corriente I_{DQ} del circuito y con esta los voltajes de las resistencias y el voltaje *drain source* de operación (V_{DSQ}) del transistor:

$$I_{DQ} = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GSQ}}{V_P}\right)^2$$

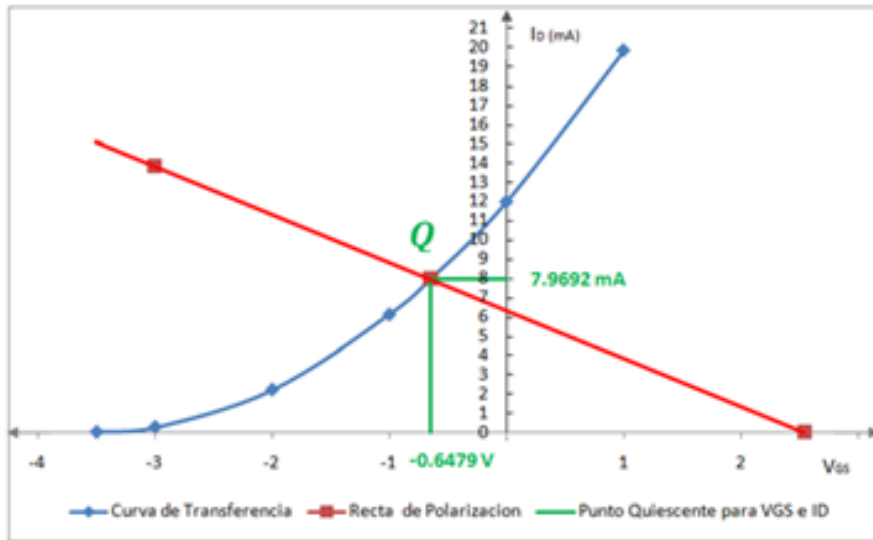
$$I_{DQ} = 12 \text{ mA} \left(1 - \frac{-0.6479 \text{ V}}{-3.5 \text{ V}}\right)^2$$

$$I_{DQ} = 7.9684 \text{ mA}$$

“El punto donde las dos curvas se cortan es la solución común de la configuración, comúnmente conocido como punto de operación o *quiescente*” (Boylestad y Nashelsky, 2009: 414), de tal modo que el voltaje V_{GSQ} e I_{DQ} son los valores correspondientes a la solución del circuito.

La gráfica 1 es el resultado de un análisis de la polarización en la entrada, mediante la cual se muestra geoméricamente el punto Q y los valores de V_{GSQ} e I_{DQ} resultantes de la polarización analizada. La curva de transferencia la describe el comportamiento del MOSFET decremental y la línea recta la

describe la recta de polarización, siendo el lugar de convergencia de estas dos graficas el punto quiescente de dicha polarización.



Grafica 1

Utilizando la corriente I_{DQ} se puede calcular el voltaje de la resistencia de *drain* (V_{RD}) que será igual a:

$$V_{RD} = 7.9684\text{mA} \times 627\Omega$$

$$V_{RD} = 4.99\text{ V}$$

Como la corriente I_s es la misma que I_D (Boylestad y Nashelsky, 2009), el voltaje de la resistencia del source (V_{RS}) será igual a:

$$V_{RS} = 7.9684\text{mA} \times 400\Omega$$

$$V_{RS} = 3.187\text{ V}$$

El voltaje *drain source* de operación (V_{DSQ}) del transistor se determina aplicando la ley de voltaje de Kirchhoff en su salida:

$$-V_{DD} + V_{RD} + V_{DSQ} + V_{RS} = 0$$

Al despejar V_{DSQ} queda:

$$V_{DSQ} = V_{DD} - V_{RD} - V_{RS}$$

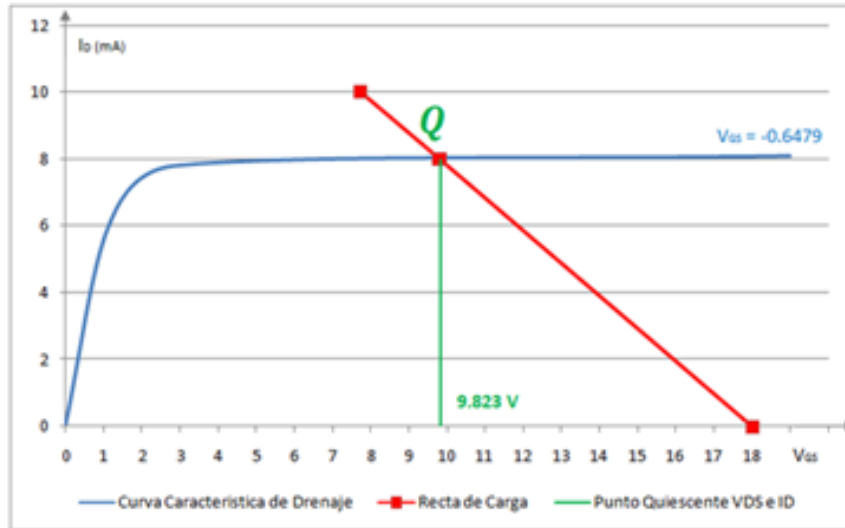
Luego de sustituir cada variable por su valor correspondiente, se obtiene:

$$V_{DSQ} = 18\text{ V} - 4.99\text{ V} - 3.187\text{ V}$$

$$V_{DSQ} = 9.823\text{ V}$$

La gráfica 2 es el resultado de un análisis de la polarización en la salida, mediante la cuál se muestra geoméricamente el punto Q y los valores de

V_{GSQ} , V_{DSQ} e I_{DQ} resultantes de la polarización analizada. La curva característica de drenaje la describe el comportamiento del MOSFET decremental y la línea recta de carga la describe la polarización, siendo el lugar de convergencia de estas dos gráficas el punto quiescente de dicha polarización.



Grafica 2

RESULTADOS

La determinación del punto Q utilizando el método propuesto en este artículo ha evidenciado la eficiencia y precisión que brinda a la hora de determinar las condiciones de operación para un transistor bajo una polarización dada. En las gráficas 1 y 2 se muestran las soluciones gráficas del circuito analizado (punto Q) y se puede observar que este no arroja un valor preciso, si no que el valor resultante dependerá en gran medida de la calidad y calibración de la gráfica, así como de la apreciación del diseñador, por lo cual *“se enfatizan las aproximaciones graficas como una ayuda conceptual en la solución de problemas de análisis y diseño”* (Schilling y Belove, 1993: 273) y, debido a que *“el diseño implica un reto puesto que se debe seleccionar la mejor respuesta a partir de una amplia gama de respuestas aceptables”* (Rashid, 2000: 19), los resultados obtenidos mediante el método matemático (valores de la gráfica en verde) son la mejor respuesta para la solución del circuito, ya que son de manera precisa los valores requeridos.

CONCLUSIONES

Luego de analizadas las ecuaciones propias del comportamiento del transistor y de la polarización utilizada, se pudo obtener una ecuación matemática que en su cuerpo integrara estos dos comportamientos totalmente distintos, que en el caso del transistor corresponde a una ecuación cuadrática (curva azul

en la gráfica 1 y 2) y en el caso de la polarización a una ecuación lineal (línea roja en a gráfica 1 y 2), quedando como resultado una única ecuación que contempla ambos comportamientos, la cuál luego de su proceso de reducción mediante factorización y otros artificios matemáticos, ha proporcionado un resultado específico para la determinación del punto quiescente, el cuál es el lugar geométrico que permite conocer los valores de corriente y voltaje (valor en verde de la gráfica 1 y 2), bajo los cuales se encuentra operando todo el circuito para esa polarización.

BIBLIOGRAFIA

Boylestad, R. y Nashelsky, L. (2009). *Electrónica: Teoría de Circuitos y Dispositivos Electrónicos*, México: Pearson.

Hayt, W., Kemmerly, J. y Durbin, S. (2002). *Análisis de Circuitos en Ingeniería*, México: McGraw-Hill.

Rashid, M. (2000). *Circuitos Microelectrónicas: Análisis y Diseño*, México: Thomson.

Robledo, V., Aguilar, A. y Martínez, L. (2014). *Introducción a las Matemáticas: Ejercicios y Problemas*, México: Patria.

Steiner, E. (2005). *Matemáticas para las Ciencias Aplicadas*. España: Reverte.

Schilling, D. y Belove, C. (1993). *Circuitos Electrónicos: Discretos e Integrados*, España: McGraw-Hill.

Recibido: 15/04/2018

Reenviado: 17/04/2018

Aceptado: 23/04/2018

Sometido a evaluación de pares anónimo